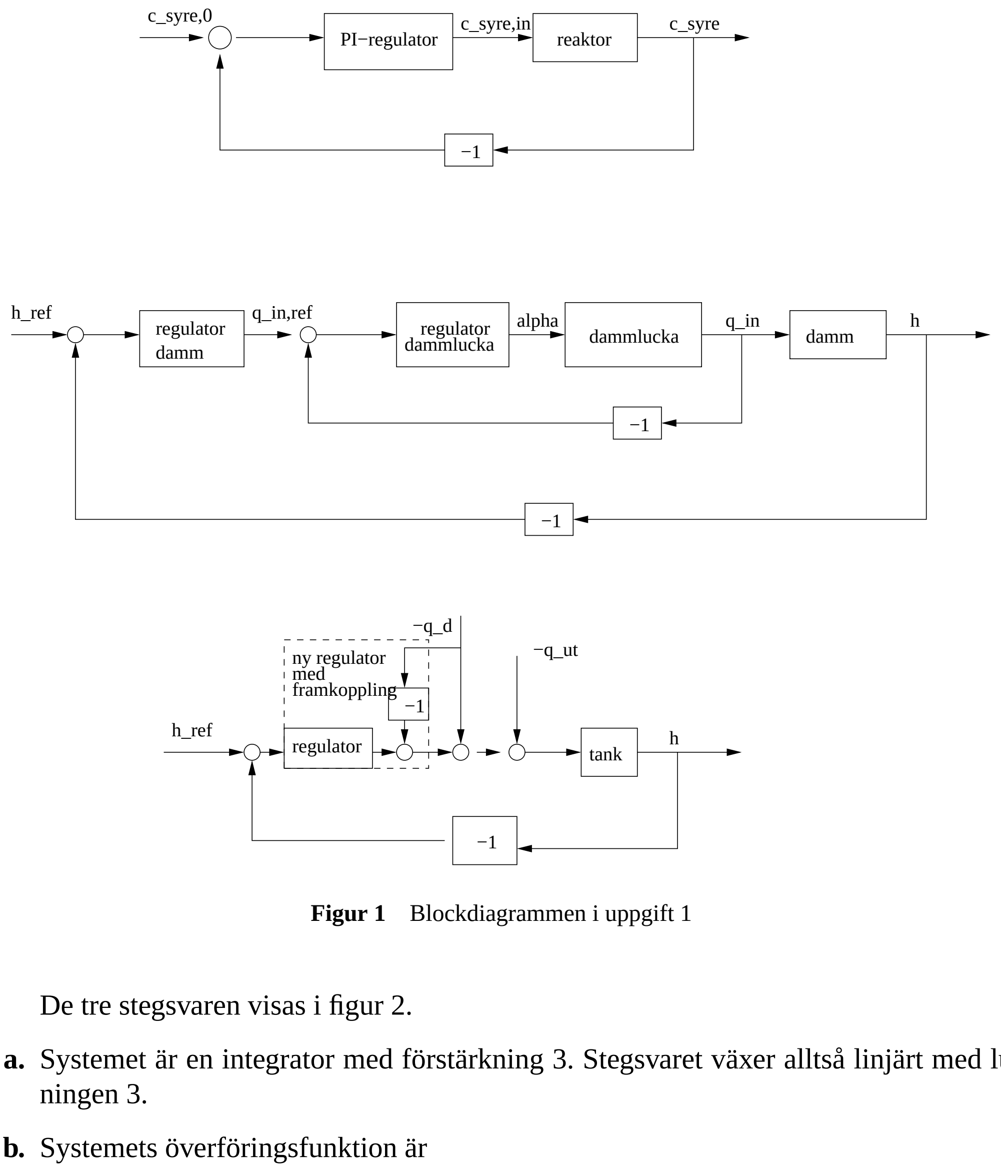
Lösningar till tentamen i Systemteknik/Processreglering 2012-08-29

1. De tre blockdiagrammen visas i figur 1.

a. Det stationära felet kan elimineras genom att utöka regulatorn med en integraldel, d.v.s. man använder en PI-regulator. Blockdiagrammet ges av den enkla standardkretsen.

b. Genom att reglera dammluckans öppningsvinkel så att inflödet blir som önskat förbättras regleringen. Man får då en inre reglerkrets som har inflödet som utsignal och det önskade inflödet som referenssignal och en yttre reglerkrets med den ursprungliga kretsen. Hela strukturen kallas för kaskadreglering.

c. Genom att mäta q_d och addera den till styrsignalen kan man kompensera för utflödet innan det påverkar höjden. Detta kallas för framkoppling.



Figur 1 Blockdiagrammen i uppgift 1

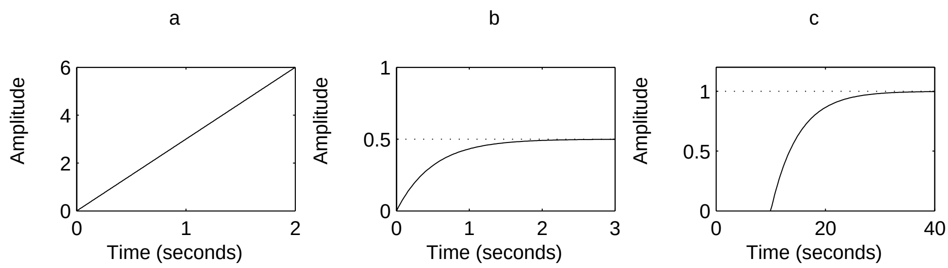
2. De tre stegsvaren visas i figur 2.

a. Systemet är en integrator med förstärkning 3. Stegsvaret växer alltså linjärt med lutningen 3.

b. Systemets överföringsfunktion är

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = 1 \cdot (s+2)^{-1} \cdot 1 = \frac{1}{s+2}$$

Det är ett första ordningens system med tidskonstant $1/2 = 0.5$ och statisk förstärkning $G(0) = 0.5$.



Figur 2 Stegsvaren i uppgift 2

c. Detta är ett första ordningen system (tidskonstant 5 och statisk förstärkning 1) med en dödtid på 10 sekunder.

3. Systemets stationära punkt ges av $f(x^0) = 0$, vilket enligt grafen inträffar vid $x^0 = 5$. Vid denna punkt avläses kurvans derivata till ungefär $\frac{df}{dx}(x^0) = -3$. Efter variabelbytet $\Delta x = x - x^0$ fås det linjäriserade systemet

$$\frac{d\Delta x}{dt} = -3\Delta x$$

Systemet är (asymptotiskt) stabilt, då egenvärdet (-3) ligger i vänster halvplan.

4 a. Från blockschemat fås sambanden

$$\begin{aligned} Y(s) &= G_2(s)U(s) \\ U(s) &= G_1(s)(E(s) - G_R(s)U(s)) \\ E(s) &= R(s) - Y(s) \end{aligned}$$

Lös först ut $U(s)$ och sedan $Y(s)$:

$$\begin{aligned} U(s) &= \frac{G_1(s)}{1 - G_R(s)G_1(s)} E(s) \\ Y(s) &= \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 - G_R(s)G_1(s)} (R(s) - Y(s)) \\ Y(s) &= \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 - G_R(s)G_1(s) + G_1(s)G_2(s)} R(s) = \\ &= \frac{\frac{1}{s-1}\frac{1}{s}}{1 - \frac{K}{s-1} + \frac{1}{s-1}\frac{1}{s}} R(s) = \frac{1}{s^2 - (K+1)s + 1} R(s) \end{aligned}$$

b. För ett andra ordningens system gäller att det är asymptotiskt stabilt om och endast om alla koefficienter i det karakteristiska polynomet är positiva. Detta gäller om $K < -1$.

5. I Bodediagram C går fasen mot $-\infty$ för höga frekvenser, vilket tyder på att processen har en tidsfördröjning. Detta motsvaras av spiralen i Nyquistkurva 2.

I Bodediagram A ligger fasen mellan 0 och -90°, vilket tyder på ett första ordningens system. Detta motsvaras av Nyquistkurva 3, där Nyquistkurvan aldrig lämnar den fjärde kvadranten.

Bodediagram B och D har båda en fas som ligger mellan 0 och -180°, vilket tyder på att dessa är system av ordning 2. Dessa två system kan skiljas till exempel genom att titta på fasmarginalen. Processen i Bodediagram B har mindre fasmarginal än den i Bodediagram D, vilket gör att B måste motsvaras av Nyquistkurva 4, som går närmre den kritiska punkten -1 än Nyquistkurva 1. Det kan också ses genom att förstärkningen är mindre eller lika med 1 för Bodediagram D. Detta måste motsvara Nyquistkurva 1, där avståndet till origo är mindre eller lika med 1 för alla punkter på kurvan.

$\Rightarrow$ A–3, B–4, C–2, D–1

6 a. Den maximala avvikelsen från referensvärdet av det stationära felet. Överföringsfunktionen från störningen v till reglerfelet e ges av

$$G_{ev}(s) = -\frac{G_P(s)}{1+G_R(s)G_P(s)} = -\frac{4/s}{1+\frac{4K}{s}} = -\frac{4}{s+4K}$$

Om slutna systemet är asymptotiskt stabilt ($K > 0$) så ges det stationära felet vid en enhetsstegstörning av

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{4}{s+4K}\cdot\frac{1}{s} = \frac{1}{K}$$

En maximal avvikelse på 0.5 meter ger

$$\frac{1}{K} = 0.5 \Rightarrow K = 2$$

b. Överföringsfunktionen från v till e blir nu

$$G_{ev}(s) = -\frac{G_P(s)}{1+G_R(s)G_P(s)} = -\frac{4/s}{1+\frac{4K}{s}(1+\frac{1}{sT_i})} = -\frac{4s}{s^2+4Ks+\frac{4K}{T_i}} = -\frac{4s}{(s+2)^2}$$

Vid en stegstörning på 1 m^3/h fås

$$E(s) = G_{ev}(s)V(s) = -\frac{4s}{(s+2)^2}\cdot\frac{1}{s} = \frac{4}{(s+2)^2}$$

Invers Laplacetransformering ger

$$e(t) = \mathscr{L}^{-1}\{E(s)\} = 4t\cdot\exp(-2t)$$

Det maximala avvikelsen fås då derivatan är noll (då stegsvaret vänder):

$$\frac{de(t)}{dt} = 4\cdot\exp\{-2t\} - 8\cdot\exp\{-2t\} = 0 \quad \Rightarrow t = 1/2 \text{ timme}$$

Den maximala avvikelsen blir $e(1/2) = 2\cdot\exp\{-1\} \approx 0.74$ meter.

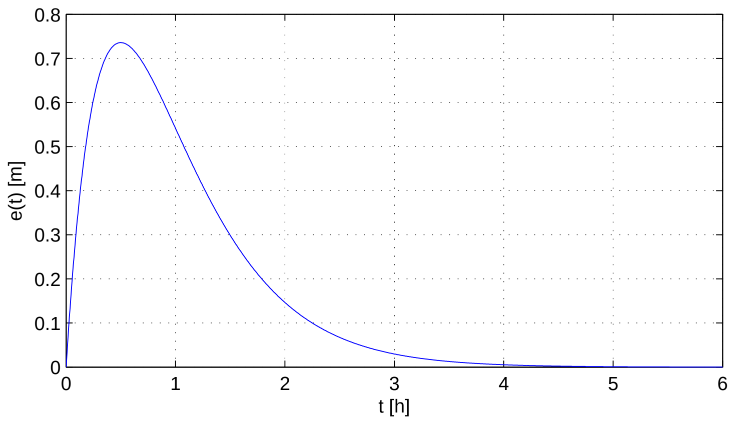
Den maximala avvikelsen kan också hittas genom att plotta $e(t)$ som funktion av tiden. I figur 3 kan den maximala avvikelsen 0.74 avläsas vid $t = 0.5$ timmar.

7 a. Se figur 4.

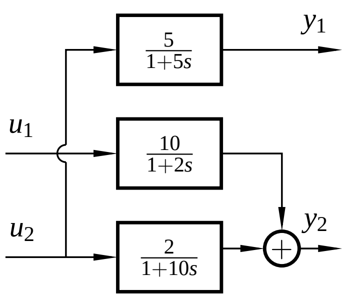
b. Eftersom y_1 endast påverkas av u_2, så är den enda möjliga parningen y_1–u_2, y_2–u_1. (En RGA-beräkning ger $\Lambda = \left(\begin{smallmatrix}0&1\\1&0\end{smallmatrix}\right)$, vilket leder till samma slutsats.)

8 a. Se figur 5.

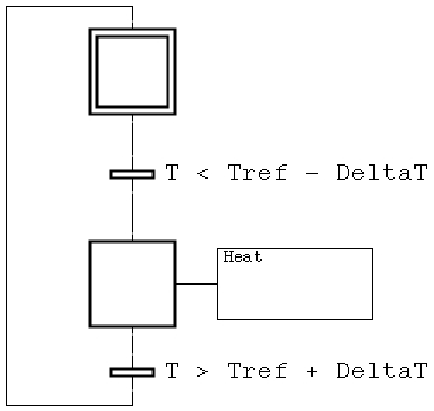
b. Se figur 6.



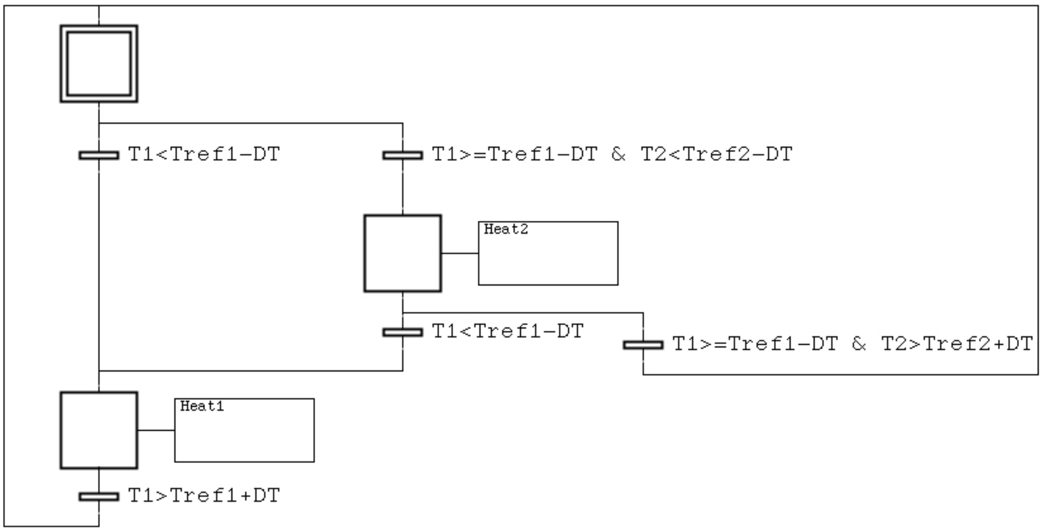
Figur 3 Reglerfelet e som funktion av tiden vid en stegstörning i v.



Figur 4



Figur 5


T1<Tref1-DT
T1>=Tref1-DT & T2<Tref2-DT
Heat2
T1<Tref1-DT
T1>=Tref1-DT & T2>Tref2+DT
Heat1
T1>Tref1+DT

Figur 6